**第一讲函数及其表示**

id:2147490389;FounderCES

题组1函数的概念与表示

1*.*[2016全国卷Ⅱ,10,5分]下列函数中,其定义域和值域分别与函数*y=*10lg *x*的定义域和值域相同的是()

A.*y=x* B.*y=*lg *x* C.*y=*2*x* D.*y=*

2*.*[2015重庆,3,5分]函数*f*(*x*)*=*log2(*x*2*+*2*x-*3)的定义域是()

A.[-3,1] B.(-3,1) C.(-∞,-3]∪[1,+∞) D.(-∞,-3)∪(1,+∞)

3*.*[2014山东,3,5分][理]函数*f*(*x*)*=*的定义域为()

A*.*(0,) B*.*(2,*+∞*) C*.*(0,)∪(2,*+∞*) D*.*(0,]∪[2,*+∞*)

4*.*[2014江西,3,5分][理]已知函数*f*(*x*)*=*5*|x|*,*g*(*x*)*=ax*2*-x*(*a*∈R)*.*若*f* [*g*(1)]*=*1,则*a=*()

A.1 B.2 C.3 D.-1

5*.*[2013大纲全国,4,5分][理]已知函数*f*(*x*)的定义域为(*-*1,0),则函数*f*(2*x+*1)的定义域为()

A.(-1,1) B.(-1,-) C.(-1,0) D.(,1)

6*.*[2016江苏,5,5分][理]函数*y=*的定义域是*.*

7*.*[2013安徽,14,5分]定义在R上的函数*f*(*x*)满足*f*(*x+*1)*=*2*f*(*x*)*.*若当0≤*x*≤1时,*f*(*x*)*=x*(1*-x*),则当*-*1≤*x*≤0时,*f*(*x*)*=　　　　.*

题组2分段函数及其应用

8*.*[2015新课标全国Ⅱ,5,5分][理]设函数*f*(*x*)*=*则*f*(*-*2)*+f*(log212)*=*()

A.3 B.6 C.9 D.12

9*.*[2014福建,7,5分][理]已知函数*f*(*x*)*=*则下列结论正确的是()

A*.f*(*x*)是偶函数 B*.f*(*x*)是增函数

C*.f*(*x*)是周期函数 D*.f*(*x*)的值域为[*-*1,*+∞*)

10*.*[2013新课标全国*Ⅰ*,11,5分][理]已知函数*f*(*x*)*=*若*|f*(*x*)*|*≥*ax*,则*a*的取值范围是()

A.(-∞,0] B.(-∞,1] C.[-2,1] D.[-2,0]

11*.*[2016北京,14,5分][理]设函数*f*(*x*)*=*

①若*a=*0,则*f*(*x*)的最大值为;

②若*f*(*x*)无最大值,则实数*a*的取值范围是*.*

12*.*[2015福建,14,4分][理]若函数*f*(*x*)*=*(*a>*0,且*a*≠1)的值域是[4,*+∞*),则实数*a*的取值范围是*.*

题组3与函数有关的新定义问题

13*.*[2015湖北,10,5分][理]设*x*∈R,[*x*]表示不超过*x*的最大整数*.*若存在实数*t*,使得[*t*]*=*1,[*t*2]*=*2,…,[*tn*]*=n*同时成立,则正整数*n*的最大值是()

A.3 B.4 C.5 D.6

14*.*[2017山东,15,5分][理]若函数e*xf*(*x*)(e*=*2*.*718 28…是自然对数的底数)在*f*(*x*)的定义域上单调递增,则称函数*f*(*x*)具有M性质*.*下列函数中所有具有M性质的函数的序号为*.*

① *f*(*x*)=2-*x* ② *f*(*x*)=3-*x* ③ *f*(*x*)=*x*3 ④ *f*(*x*)=*x*2+2

id:2147490417;FounderCES

**A组基础题**

1*.*[2018山西省五校联考,2]函数*f*(*x*)*=*的定义域为()

A.(,] B.(0,] C.[,+∞) D.(,+∞)

2*.*[2018豫南九校第二次质量考评,4]已知函数*f*(*x*)*=*则*f*(*f*())*=*()

A.3 B.4 C.-3 D.38

3*.*[2017长春市高三第四次质量监测,3]已知函数*f*(*x*)*=*则函数*f*(*x*)的值域为()

A.[-1,+∞) B.(-1,+∞) C.[-,+∞) D.R

4*.*[2018安徽省高中十校联考,13]已知函数*f*(*x*)*=*若*f*(*a*)*=*3,则实数*a=　　　　.*

5*.*[2018河南省中原名校高三第三次质量考评,13]已知函数*f*(*x*)*=x*2*+*4*ax+*2*a+*2的值域为[0,*+∞*),则*a*的取值集合是*.*

6*.*[2017长沙市高三五月模拟,13]定义运算:*xy=*例如:3**4*=*3,(*-*2)**4*=*4,则函数*f*(*x*)*=x*2**(2*x-x*2)的最大值为*.*

**B组提升题**

7*.*[2018河南省中原名校高三第三次质量考评,8]已知函数*y=f*(2*x-*1)的定义域是[0,1],则函数的定义域是()

A.[1,2] B.(-1,1] C.[-,0] D.(-1,0)

8*.*[2018江西省新余一中二模,3]若函数*y=f*(*x*)的值域为[,3],则函数*F*(*x*)*=f*(*x*)*+*的值域为()

A.[,3] B.[2,] C.[,] D.[3,]

9*.*[2017武汉市高三五月模拟,10]若存在正实数*a*,*b*,使得∀*x*∈R有*f*(*x+a*)≤*f*(*x*)*+b*恒成立,则称*f*(*x*)为“限增函数”*.*给出以下三个函数:①*f*(*x*)*=x*2*+x+*1;②*f*(*x*)*=*;③*f*(*x*)*=*sin(*x*2),其中是“限增函数”的是()

A.①② B.②③ C.①③ D.③

10*.*[2017昆明市高三适应性检测,16]已知函数*f*(*x*)*=* 若不等式*a*≤*f*(*x*)≤*b*的解集恰好为[*a*,*b*],则*b-a=　　　　　.*

11*.*[2017南昌市高三三模,16]定义域为R的函数*f*(*x*)满足*f*(*x+*3)*=*2*f*(*x*),当*x*∈[*-*1,2)时,*f*(*x*)*=*若存在*x*∈[*-*4,*-*1),使得不等式*t*2*-*3*t*≥4*f*(*x*)成立,则实数*t*的取值范围是*.*

**答案**

id:2147496731;FounderCES

1*.*D解法一函数*y=*10lg *x*的定义域为(0,*+∞*),当*x>*0时,*y=*10lg *x=x*,故函数的值域为(0,*+∞*)*.*只有D选项符合*.*

解法二易知函数*y=*10lg *x*中*x>*0,排除选项A,C;因为10lg *x*必为正值,所以排除选项B,选D*.*

2*.*D由*x*2*+*2*x-*3*>*0,解得*x>*1或*x<-*3,所以函数*f*(*x*)的定义域为(*-∞*,*-*3)∪(1,*+∞*),故选D*.*

3*.*C由题意可知,(log2*x*)2*-*1*>*0,即log2*x>*1或log2*x<-*1,解得*x>*2或0*<x<*,故所求的定义域是(0,)∪(2,*+∞*)*.*故选C*.*

4*.*A因为*f*[*g*(1)]*=*1,且*f*(*x*)*=*5*|x|*,所以*g*(1)*=*0 ,即*a*·12*-*1*=*0,解得*a=*1*.*故选A*.*

5*.*B由*-*1*<*2*x+*1*<*0,解得*-*1*<x<-*,故函数*f*(2*x+*1)的定义域为(*-*1,*-*)*.*故选B*.*

6*.*[*-*3,1]要使函数*y=*有意义,则3*-*2*x-x*2≥0,解得*-*3≤*x*≤1,则函数*y=*的定义域是[*-*3,1]*.*

7*.-*当*-*1≤*x*≤0时,有0≤*x+*1≤1,所以*f*(1*+x*)*=*(1*+x*)[1*-*(1*+x*)]*=-x*(1*+x*),又*f*(*x+*1)*=*2*f*(*x*),所以*f*(*x*)*=f*(1*+x*)*=-.*

8*.*C由于*f*(*-*2)*=*1*+*log24*=*3,*f*(log212)*===*6,所以*f*(*-*2)*+f*(log212)*=*9*.*故选C*.*

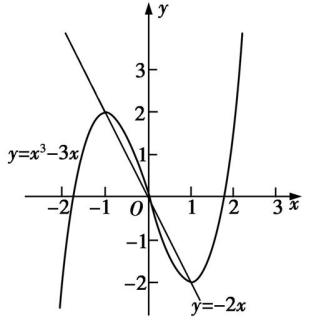
9*.*D因为*f*(π)=π2*+*1,*f*(*-*π)*=-*1,所以*f*(*-*π)≠*f*(π),所以函数*f*(*x*)不是偶函数,排除A;函数*f*(*x*)在(*-*2π,-π)上单调递减,排除B;函数*f*(*x*)在(0,*+∞*)上单调递增,所以函数*f*(*x*)不是周期函数,排除C;因为*x>*0时,*f*(*x*)*>*1,*x*≤0时,*-*1≤*f*(*x*)≤1,所以函数*f*(*x*)的值域为[*-*1,*+∞*),选D*.*

10*.*D当*x*≤0时,*f*(*x*)*=-x*2*+*2*x=-*(*x-*1)2*+*1≤0,所以*|f*(*x*)*|*≥*ax*化简为*x*2*-*2*x*≥*ax*,即*x*2≥(*a+*2)*x*,因为*x*≤0,所以*a+*2≥*x*恒成立,所以*a*≥*-*2;当*x>*0时,*f*(*x*)*=*ln(*x+*1)*>*0,所以*|f*(*x*)*|*≥*ax*化简为ln(*x+*1)*>ax*恒成立,由函数图象可知*a*≤0*.*综上,当*-*2≤*a*≤0时,不等式*|f*(*x*)*|*≥*ax*恒成立,故选D*.*

11*.*①2若*a=*0,则*f*(*x*)*=*当*x>*0时,*-*2*x<*0;当*x*≤0时,*f* *'*(*x*)*=*3*x*2*-*3*=*3(*x+*1)(*x-*1),令

*f* *'*(*x*)*>*0,得*x<-*1,令*f* *'*(*x*)*<*0,得*-*1*<x*≤0,所以函数*f*(*x*)在(*-∞*,*-*1]上单调递增,在(*-*1,0]上单调递减,所以函数*f*(*x*)在(*-∞*,0]上的最大值为*f*(*-*1)*=*2*.*综上可得,函数*f*(*x*)的最大值为2*.*

②(*-∞*,*-*1)函数*y=x*3*-*3*x*与*y=-*2*x*的大致图象如图所示,若函数*f*(*x*)*=*无最大值,由图象可知*-*2*a>*2,解得*a<-*1*.*



12*.*(1,2]因为*f*(*x*)*=*所以当*x*≤2时,*f*(*x*)≥4;

又函数*f*(*x*)的值域为[4,*+∞*),所以解得1*<a*≤2,所以实数*a*的取值范围为(1,2]*.*

13*.*B由[*t*]*=*1,得1≤*t<*2*.*

由[*t*2]*=*2,得2≤*t*2*<*3*.*

由[*t*4]*=*4,得4≤*t*4*<*5,所以2≤*t*2*<.*

由[*t*3]*=*3,得3≤*t*3*<*4,

所以6≤*t*5*<*4*.*

由[*t*5]*=*5,得5≤*t*5*<*6,与6≤*t*5*<*4矛盾,

故正整数*n*的最大值是4*.*故选B*.*

14*.*①④对于①,e*xf*(*x*)*=*e*x*·2*-x*,故[e*xf*(*x*)]*'=*(e*x*·2*-x*)*'=*e*x*·2*-x*(1*-*ln 2)*>*0,故函数e*xf*(*x*)*=*e*x*·2*-x*在(*-∞*,*+∞*)上为增函数,故①符合要求;

对于②,e*xf*(*x*)*=*e*x*·3*-x*,故[e*xf*(*x*)]*'=*(e*x*·3*-x*)*'=*e*x*·3*-x*(1*-*ln 3)*<*0,故函数e*xf*(*x*)*=*e*x*·3*-x*在(*-∞*,*+∞*)上为减函数,故②不符合要求;

对于③,e*xf*(*x*)*=*e*x*·*x*3,故[e*xf*(*x*)]*'=*(e*x*·*x*3)*'=*e*x*·(*x*3*+*3*x*2),显然函数e*xf*(*x*)*=*e*x*·*x*3在(*-∞*,*+∞*)上不单调,故③不符合要求;

对于④,e*xf*(*x*)*=*e*x*·(*x*2*+*2),故[e*xf*(*x*)]*'=*[e*x*·(*x*2*+*2)]*'=*e*x*·(*x*2*+*2*x+*2)*=*e*x*·[(*x+*1)2*+*1]*>*0,故函数e*xf*(*x*)*=*e*x*·(*x*2*+*2)在(*-∞*,*+∞*)上为增函数,故*④*符合要求*.*

综上,具有M性质的函数的序号为①④*.*

id:2147496745;FounderCES

**A组基础题**

1*.*D由题意得log2(2*x*)*+*1*>*0,解得*x>.*所以函数*f*(*x*)的定义域为(,*+∞*)*.*故选D*.*

2*.*C由题意知*f*()*=*2*+*3*=*8,*f*(*f*())*=f*(8)*=*lo8*=-*3*.*故选C*.*

3*.* B解法一当*x<-*1时,*f*(*x*)*=x*2*-*2∈(*-*1,*+∞*);当*x*≥*-*1时,*f*(*x*)*=*2*x-*1∈[*-*,*+∞*),综上可知,函数*f*(*x*)的值域为(*-*1,*+∞*)*.*故选B*.*

解法二根据分段函数*f*(*x*)的图象(图略)可知,该函数的值域为(*-*1,*+∞*)*.*故选B*.*

4*.-*由题意知或解得*a=-.*

5*.*{*-*,1}因为二次函数的值域为[0,*+∞*),所以二次函数的图象与*x*轴只有一个交点,所以*x*2*+*4*ax+*2*a+*2*=*0的判别式*Δ=*16*a*2*-*8*a-*8*=*0,解得*a=*1或*a=-*,故*a*的取值集合为{*-*,1}*.*

6*.*4由已知得*f*(*x*)*=x*2*Ñ*(2*x-x*2)*==*易知函数*f*(*x*)的最大值为4*.*

**B组提升题**

7*.*D因为函数*y=f*(2*x-*1)的定义域是[0,1],所以*-*1≤2*x-*1≤1,要使函数有意义,则需解得*-*1*<x<*0,故选D*.*

8*.*B设*f*(*x*)*=t*,*t*∈[,3],则*F*(*x*)的值域就是函数*y=t+*,*t*∈[,3]的值域,由“对勾函数”的图象可知,2≤*F*(*x*)≤,所以函数*F*(*x*)的值域为[2,],故选B*.*

9*.* B对于①,*f*(*x+a*)≤*f*(*x*)*+b*,即(*x+a*)2*+*(*x+a*)*+*1≤*x*2*+x+*1*+b*,即2*ax*≤*-a*2*-a+b*,*x*≤对一切*x*∈R恒成立,显然不存在这样的正实数*a*,*b.*

对于②,*f*(*x*)*=*,即≤*+b*,即*|x+a|*≤*|x|+b*2*+*2*b*,

而*|x+a|*≤*|x|+a*,∴令*|x|+a*≤*|x|+b*2*+*2*b*,则≥,

显然,当*a*≤*b*2时,式子恒成立,∴*f*(*x*)*=*是“限增函数”*.*

对于③,*f*(*x*)*=*sin(*x*2),*-*1≤*f*(*x*)*=*sin(*x*2)≤1,故*f*(*x+a*)*-f*(*x*)≤2,当*b*≥2,*a*为任意正实数时,式子恒成立,∴*f*(*x*)*=*sin(*x*2)是“限增函数”*.*故选B*.*

10*.* 4由函数*f*(*x*)的解析式知,函数*f*(*x*)在(*-∞*,2)上单调递减,在[2,*+∞*)上单调递增, *f*(*x*)min*=f*(2)*=*1,若*a>*1,则不等式*a*≤*f*(*x*)≤*b*的解集为[*x*1,*x*2]∪[*x*3,*x*4],不合题意,所以*a*≤1,此时因为22*-*1*=*2,所以*b*≥2,令*m*2*-*3*m+*4*=m*,解得*m=*或*m=*4,取*b=*4,令22*-x=*4得*x=*0,所以*a=*0,所以*b-a=*4*.*

11*.*(*-∞*,1]∪[2,*+∞*)由题意知*f*(*x*)*=f*(*x+*3)*.*

当*x*∈[*-*1,0)时,*f*(*x*)*=x*2*+x=*(*x+*)2*-*∈[*-*,0];

当*x*∈[0,2)时,*f*(*x*)*=-*()*|x-*1*|*∈[*-*1,*-*],

所以当*x*∈[*-*1,2)时,*f*(*x*)min*=-*1*.*

故当*x*∈[*-*4,*-*1)时,*x+*3∈[*-*1,2),所以*f*(*x+*3)min*=-*1,此时*f*(*x*)min*=×*(*-*1)*=-.*

由存在*x*∈[*-*4,*-*1),使得不等式*t*2*-*3*t*≥4*f*(*x*)成立,

可得*t*2*-*3*t*≥4*×*(*-*),解得*t*≤1或*t*≥2*.*